

## Solving a Vehicle Routing Problem under Uncertainty by a Differential Evolution Algorithm

Alireza Salamatbakhsh<sup>1</sup>, Reza Tavakkoli-Moghaddam<sup>\*2</sup>, Ali Pahlevani<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Department of Industrial Engineering, Ayandegan Institute of Higher Education, Tonekabon, Iran.

<sup>2</sup>Department of Industrial Engineering, School of Industrial Engineering College of Engineering, University of Tehran, Tehran, Iran.

<sup>3</sup>Department of Industrial Engineering, Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran.

### Citation:



Salamatbakhsh, A., Tavakkoli-Moghaddam, R., & Pahlevani, A. (2021). Solving a vehicle routing problem under uncertainty by a differential evolution algorithm. *Innovation management and operational strategies*, 1(4), 310-319.

Received: 03/09/2020

Reviewed: 14/11/2020

Revised: 07/12/2020

Accept: 30/12/2020

### Abstract

**Purpose:** In the real world, because of decreasing the related cost, the vehicles should return to the depot after serving the last customer's location. This paper investigates the problem of the increasing service time by using the stochastic time for each tour such that the total traveling time of the vehicles is limited to a specific limit based on a defined probability.

**Methodology:** It is proven that classic models in vehicle routing problems (VRPs) belong to the class of NP-hard ones; thus, due to its complexity using exact methods in large-scale problems, a meta-heuristic based differential evolution (DE) algorithm.

**Findings:** The obtained results indicate the efficiency of the proposed DE algorithm.

**Originality/Value:** The total travel time is limited to a definite probability percent, and also other constraints (e.g., capacity and time distribution restrictions) are considered while the total cost of the transportation is minimized.

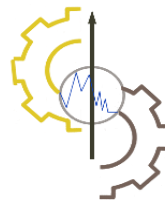
**Keywords:** Vehicle routing problem, Differential evolution algorithm, Uncertainty.

JEL Classification: C02, C6.

\* Corresponding Author

Email Address: tavakkoli@ut.ac.ir





## حل یک مسئله مسیریابی وسایط نقلیه تحت شرایط عدم قطعیت با الگوریتم تکامل تفاضلی

علی رضا سلامت بخش<sup>۱</sup>، رضا توکلی مقدم<sup>۲\*</sup>، علی پهلوانی<sup>۳</sup>

<sup>۱</sup> گروه مهندسی صنایع، موسسه آموزش عالی آیندگان، تنکابن، ایران.

<sup>۲</sup> گروه مهندسی صنایع، پردیس دانشکده‌های فنی، دانشگاه تهران، تهران، ایران.

<sup>۳</sup> گروه مهندسی صنایع، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران.

|                    |                   |                   |                   |
|--------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| دریافت: ۱۳۹۹/۰۶/۱۳ | بررسی: ۱۳۹۹/۰۸/۲۴ | اصلاح: ۱۳۹۹/۰۹/۱۷ | پذیرش: ۱۳۹۹/۱۰/۱۰ |
|--------------------|-------------------|-------------------|-------------------|

### چکیده

**هدف:** ارائه یک مدل برنامه‌ریزی ریاضی که تابع هدف آن کمینه‌سازی هزینه وسایل نقلیه و بیشینه‌سازی میزان رضایت رانندگان وسایط نقلیه را از طریق بهینه‌سازی زمان سرویس‌دهی در حالت عدم قطعیت زمان‌های عبوری است. **روش‌شناسی پژوهش:** با توجه به دنیای واقعی، میزان درآمد توزیع‌کنندگان رابطه مستقیمی با میزان کالای تحویلی به مشتریان دارد به همین دلیل، شرکت‌های توزیع در تلاش هستند علاوه بر کاهش هزینه حمل‌ونقل با افزایش میزان کالای قابل‌توزیع برای رانندگان رضایت آن‌ها را بیشینه نمایند. در این مقاله، با توجه به آن‌که زمان توزیع کالا توسط توزیع‌کنندگان با توجه به شرایط جوی، ترافیک و خرابی وسیله نقلیه و غیره به‌صورت غیرقطعی است، زمان‌های عبور وسایط نقلیه از مسیرها به‌صورت احتمالی در نظر گرفته می‌شود.

**یافته‌ها:** نتایج حاکی از آن است که کیفیت جواب‌های حاصل از الگوریتم تکامل تفاضلی با توجه به زمان حل محاسباتی مناسب است.

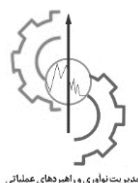
**اصالت/ ارزش افزوده علمی:** توازن در میزان حمل کالا و توزیع کالا با توجه به زمان عبوری غیرقطعی سود توزیع‌کنندگان را افزایش و منجر به افزایش رضایت آن‌ها می‌شود.

**کلیدواژه‌ها:** مسئله مسیریابی وسایط نقلیه، الگوریتم تکامل تفاضلی، عدم قطعیت.

طبقه‌بندی JEL: C02، C6.

\* نویسنده مسئول

آدرس رایانامه: tavakoli@ut.ac.ir



مسئله مسیریابی وسایط نقلیه (VRP) یکی از مسائل شناخته شده در زمینه تحقیق در عملیات است که به مجموعه‌ای از مسائل اطلاق می‌شود که در آن ناوگانی متشکل از چندین وسیله نقلیه از یک یا چند قرارگاه به ارائه خدمت به مشتریان مستقر در نقاط مختلف جغرافیایی می‌پردازند و این امر را به نحوی انجام می‌دهند که هزینه‌های آنجا این کار به حداقل برسد. وسیله نقلیه با شروع از قرارگاه مرکزی پس از ارائه خدمت به مشتریان به قرارگاه بازمی‌گردد. هر وسیله دارای ظرفیت معینی است و همه مسیرهای مربوطه از مبدأ (قرارگاه مرکزی) شروع و به آن ختم می‌شوند. تابع هدف مسئله می‌تواند به صورت برآورده شدن تقاضای مشتریان و ارائه خدمات با حداقل تعداد خودرو و حداقل مسافت طی شده تعریف گردد. از طرفی حداکثر زمان در دسترس برای طی مسیر و ارائه خدمت مشخص است. وجود ظرفیت، حداکثر زمان ارائه خدمت، نوع خدمت از جمله توزیع یا جمع‌آوری، تنوع وسایل نقلیه و غیره می‌توانند بر پیچیدگی این مسئله بیفزایند. این مسئله برای اولین بار توسط دنتزیگ و رامسر<sup>۱</sup> ارائه گردید و بر اساس روش‌های ریاضی به حل آن پرداخته شد.

با توجه به بررسی‌های انجام شده در ادبیات موضوع، تحقیقات قابل توجهی در زمینه توازن توزیع کالا در میان توزیع کنندگان به منظور افزایش رضایت رانندگان انجام نشده است. از تحقیقات انجام شده می‌توان به مقاله‌ی لی و یونگ<sup>۲</sup> اشاره نمود، در این مقاله هدف آن است که با کمینه کردن هزینه وسایط نقلیه از یک سو و از سوی دیگر، توزیع کنندگان از طریق کاهش احتمال افزایش زمان سرویس میان مشتریان، افزایش یابد. ضمن آنکه جوزفین و همکاران<sup>۳</sup> در خصوص کمینه نمودن مسافت بین کوتاه‌ترین و طولانی‌ترین مسیر طی شده تحقیقاتی ارائه نمودند ولی تمام پارامترها را در آن مقاله به طور ثابت در نظر گرفتند. علاوه بر آن در تحقیقی دیگر، در حل مسئله مسیریابی وسایط نقلیه در حالت دوره‌ای به منظور نزدیک تر شدن به دنیای واقعی ریبرو و رامالینیو دیاز لورنزو<sup>۴</sup> (۲۰۰۱) مدلی به منظور توازن بین حجم کالا و تعداد وسایط نقلیه ارائه دادند ولی به دلیل پیچیدگی حل مسئله روش ابتکاری به منظور حل مدل پیشنهادی ارائه ندادند. همچنین، مدان و همکاران<sup>۵</sup> (۲۰۱۰) نیز با ارائه یک الگوریتم ابتکاری به کمینه سازی زمان کل سفر با اعمال زمان استراحت برای رانندگان برای مسئله مسیریابی وسایط نقلیه با محدودیت پنجره زمانی پرداختند. مدل ارائه شده در یکی از شرکت‌های تحویل بار در جنوب غرب انگلستان به کار گرفته شده و ضمن کاهش مصرف سوخت مصرف کنندگان میزان درآمد آن‌ها را حداقل ۵ درصد افزایش داد.

به دلیل عدم قطعیت در زمان سرویس دهی رقبا به مشتریان (ترافیک، اوضاع جوی و...)، یکی از چالش‌های اساسی در توزیع کالا برای رانندگان است. در این مقاله، رویکرد مسئله مسیریابی وسایط نقلیه در حالت عدم قطعیت زمان طی مسیرها به منظور بهینه نمودن سود ناشی از سرویس دهی به مشتریان با استفاده از رویکرد بهینه سازی احتمالی - فازی معرفی می‌شود ضمن آن که کمینه سازی هزینه حمل و نقل کالا از دیگر اهداف این مقاله است. مسئله مسیریابی وسایط نقلیه یکی از پیچیده ترین مسائل بهینه سازی ترکیبی است. مدل‌های متفاوتی از مسئله مسیریابی وسایط نقلیه توسعه داده شده است اما در اغلب آن‌ها تمامی پارامترها به صورت قطعی در نظر گرفته شده است (ارا و همکاران<sup>۶</sup>، ۲۰۱۰؛ نووا و استور<sup>۷</sup>، ۲۰۰۹؛ گودسان و همکاران<sup>۸</sup>، ۲۰۱۲). در این مقاله هدف آن است که مسیرها طوری

<sup>1</sup> Dantzig & Ramser

<sup>2</sup> Lee & Ueng

<sup>3</sup> Jozefowicz et al.

<sup>4</sup> Ribeiro & Ramalhinho Dias Lourenço

<sup>5</sup> Maden et al.

<sup>6</sup> Erera

<sup>7</sup> Novoa & Storer

<sup>8</sup> Goodson et al.

طراحی کردند که هزینه حمل و نقل و وسایط نقلیه حداقل گردد که در نهایت باعث کاهش هزینه‌ها می‌گردد. همچنین با توجه به عدم قطعیت زمان عبوری وسایط نقلیه کمینه کردن هزینه مسیرها و بالانس توزیع در کنار هم در نظر گرفته می‌شود.

ثابت شده است که مسئله مسیریابی وسایل نقلیه یک مسئله NP-Hard است و استفاده از روش‌های دقیق درمکرد مسائل با ابعاد به نسبت بزرگ نمی‌تواند توجیه‌پذیر باشد به همین جهت، با افزایش ابعاد مسئله بایستی از الگوریتم‌های فراابتکاری به منظور حل مسائل استفاده شود (لنسترا و لینوی<sup>۱</sup>) به همین دلیل با پیشرفت‌های اخیر در حل این گونه مسائل و با در نظر گرفتن مفروضات و محدودیت‌های پیچیده‌تر، روش‌های فراابتکاری همانند الگوریتم ژنتیک، جستجوی ممنوع، سیستم بهینه‌سازی مورچگان و شبیه‌سازی تبرید توسعه داده شده است (تاسن و ژن<sup>۲</sup>، ۲۰۱۲؛ کواردو همکاران<sup>۳</sup>، ۲۰۱۲؛ ریمن و همکاران<sup>۴</sup>، ۲۰۰۲؛ لین و همکاران<sup>۵</sup>، ۲۰۰۹؛ چناه و راسل<sup>۶</sup>، ۱۹۹۶). در این مقاله، به منظور یافتن جواب‌های بهینه در حالت استوار از الگوریتم تکامل تفاضلی (DE) استفاده خواهد شد. این الگوریتم به دلیل ساختار ساده، اجرای ساده و همگرایی سریع و پایداری، الگوریتم تکامل تفاضلی به یکی از کاربردی‌ترین الگوریتم‌های تکاملی برای بهینه‌یابی طیف بسیاری از مسائل تبدیل شده است. الگوریتم تکامل تفاضلی کاربرد فراوانی در حل مسئله مسیریابی وسایط نقلیه دارد. به طور نمونه می‌توان به حل مسئله مسیریابی وسایط نقلیه دوره‌ای با در نظر گرفتن چند دیو با احتساب برداشت و گذاشت چندباره کالا و یا مسئله مسیریابی وسایط نقلیه با در نظر گرفتن فازی تقاضا اشاره نمود (داس و ساگانتان<sup>۷</sup>، ۲۰۰۱؛ کوناپ و همکاران<sup>۸</sup>، ۲۰۱۳). در این مقاله در بخش دوم مدل مسئله ریاضی تعریف می‌شود. در بخش سوم، الگوریتم تکامل تفاضلی استفاده شده به منظور حل مدل ارائه خواهد شد در بخش چهارم نمونه مسائل حل خواهد شد و در بخش پنجم نتایج عملکرد استراتژی‌های الگوریتم تکامل تفاضلی در حل مدل پیشنهادی بررسی خواهد شد.

بر اساس جنبه‌های شناسایی شده از مطالعات مروری ساله مسیریابی وسایط نقلیه و نیز جنبه‌های جدید مشاهده شده از مسائل دنیای واقعی، این مقاله به دنبال طراحی و حل مدلی برای مسیریابی وسایط نقلیه با توجه به کسب رضایت توزیع کنندگان از طریق ایجاد توازن در توزیع کالا است. یکی از نوآوری‌های این مقاله در نظر گرفتن دو تابع هدف به طور هم‌زمان می‌باشد، به همین دلیل، بر اساس مشاهدات واقعی میزان درآمد توزیع کنندگان بر اساس میزان توزیع کالاهای آنان تعیین می‌گردد. توزیع کنندگان می‌بایست در زمان مشخصی، مقدار مشخصی از کالا را در بین مشتریان توزیع کنند. به همین جهت، به منظور کسب حداکثر نمودن رضایت توزیع کنندگان مسیرها باید طوری تعیین گردند که تمام توزیع کنندگان در مدت زمان مشخصی مقدار کالای به طور متوسط مساوی را با توجه به ظرفیت وسیله نقلیه در اختیارشان در بین مشتریان توزیع کنند. از سوی دیگر، هر چه زمان توزیع افزایش یابد میزان رضایت توزیع کنندگان و هم مشتریان کاهش می‌یابد از همین رو کاهش زمان توزیع یکی دیگر از اهداف این مقاله می‌باشد. به منظور بیان مسئله پارامترهای زیر تعریف می‌گردد:

$n$  - تعداد نقاط (گره‌های) تقاضا (فرارگاه مرکزی در گره  $i=0$  قرار دارد).

$d_i$  - تقاضای مشتری  $i$

$t_i^v$  - زمان مورد نیاز برای ارائه خدمت به مشتری  $i$ ، توسط وسیله نقلیه  $v$

<sup>1</sup> Lenstra, & Rinnooy

<sup>2</sup> Tazan & Gen

<sup>3</sup> Cordeau et al.

<sup>4</sup> Reimann et al.

<sup>5</sup> Lin et al.

<sup>6</sup> Chiang & Russell

<sup>7</sup> Das & Suganthan

<sup>8</sup> Kunnapapdeelert & Kachitvichyanukul

–  $t_{ij}^v$ : زمان مورد نیاز جهت طی سویه  $(i,j)$  توسط وسیله نقلیه  $v$

–  $tv$ : حداکثر زمان خدمت دهی جهت و زمان طی مسیر، توسط وسیله نقلیه  $v$

–  $nv$ : تعداد خودروهای در دسترس

–  $k_v$ : ظرفیت هر خودرو

–  $C_{ij}$ : هزینه سفر (طول فاصله) بین گره های  $i$  و  $j$

–  $p^+, p^-$ : به منظور خطی سازی مدل نشان داده شده است.

–  $X_{ij}^v$ : اگر وسیله نقلیه  $v$  سیر بین مشتری  $i$  و مشتری  $j$  را طی کند، متغیر تصمیم برابر ۱ است. در غیر این صورت، برابر صفر است.

مدل ریاضی VRP پیشنهادی، به صورت زیر است:

$$Z_1 : \min \sum_{i=0}^n \sum_{j=1}^{n+1} \sum_{v=1}^{nv} C_{ij} X_{ij}^v \quad (1)$$

$$Z_2 : \max \sum_{v=1}^{nv} (p_v^+ + p_v^-) / nv - 1$$

$s, t$ .

$$\sum_{i=1}^n \sum_{v=1}^{nv} x_{ij}^v = 1 \quad ; \quad j = 2, \dots, n \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{v=1}^{nv} x_{ij}^v = 1 \quad ; \quad j = 2, \dots, n \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ip}^v - \sum_{j=1}^n x_{pj}^v = 0 \quad ; \quad p = 1, 2, \dots, n \quad ; \quad v = 1, 2, \dots, nv \quad (4)$$

$$mes = \frac{\sum_{v=1}^{nv} (\sum_{i=1}^n (d_i) (\sum_{j=1}^n x_{ij}^v) / k_v)}{nv} \quad (5)$$

$$(\sum_{i=1}^n (d_i) (\sum_{j=1}^n x_{ij}^v) - mes = p_v^+ - p_v^- \quad \forall \quad v = 1, \dots, nv \quad (6)$$

$$\sum_{i=1}^n t_i^v \sum_{j=1}^n x_{ij}^v + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n t_{ij}^v x_{ij}^v \leq tv \quad ; \quad v = 1, 2, \dots, nv \quad (7)$$

$$\sum_{i=2}^n x_{i1}^v \leq 1 \quad ; \quad v = 1, 2, \dots, nv \quad (8)$$

$$\sum_{i=2}^n x_{ij}^v \leq 1 \quad ; \quad v = 1, 2, \dots, nv \quad (9)$$

$$\sum_{v=1}^{nv} \sum_{j \in S} \sum_{j \notin S} x_{ij}^v \leq |S| - r(S) \quad \forall S \subseteq A - \{1\} \quad S \neq \emptyset \quad (10)$$

$$x \in S \quad x_{ij} \in [0, 1] \quad t_i \geq 0, t_1 = 0 \quad (11)$$

تابع هدف این مدل پیشنهادی، از دو جزء تشکیل شده است که جزء اول تابع هدف به دنبال کاهش هزینه های حمل و نقل و جزء دوم تابع هدف به دنبال حداکثر ساختن رضایت توزیع کنندگان از طریق ایجاد توازن در توزیع کالاها می باشد که در نهایت این دو تابع هدف نرمال شده اند. محدودیت ۲ و ۳ باعث می شود که هر گره تقاضا فقط از یک وسیله نقلیه توزیع کننده، خدمت دریافت کند. محدودیت ۴ بیان می کند که اگر وسیله نقلیه ای به گره ای وارد شود

بایستی از آن خارج گردد و به این ترتیب پیوستگی مسیرها برقرار می‌باشد. محدودیت ۵ بیانگر میانگین نرمال شده امید ریاضی فروش هر یک از وسایط نقلیه می‌باشد. محدودیت ۶ به منظور تبدیل معادله غیرخطی به معادله خطی می‌باشد. محدودیت ۷ بیانگر آن است که مجموع زمان سرویس‌دهی در گره‌ها و مدت زمان عبور از مسیرها توسط وسایط نقلیه نباید بیشتر از  $tv$  باشد در غیر این صورت هم رضایت مشتریان و هم رضایت توزیع‌کنندگان کاهش می‌یابد. محدودیت‌های ۸ و ۹ بیانگر آن هستند که مبدأ و مقصد وسایط نقلیه، دیو می‌باشد. همچنین رابطه ۱۰ مربوط به حذف زیر گردش‌ها است. ذکر این نکته مهم می‌باشد که واریانس اختلاف امید ریاضی فروش هر یک از وسایط نقلیه به عنوان تابع هدف دوم  $Z_2$  در نظر گرفته شده است. به همین جهت به منظور، محاسبه واریانس اختلاف فروش وسایط نقلیه ابتدا میزان فروش هر یک از وسایط نقلیه محاسبه می‌گردد و با  $es$  نشان داده می‌شود که در رابطه ۱۲ و ۱۳ نشان داده شده است.

$$sv = \sum_{i=1}^n d_i \sum_{j=1}^n x_{ij}^v \quad \forall \quad v = 1, \dots, nv \quad (12)$$

$$es = sv / k_v \quad (13)$$

برای محاسبه واریانس فروش، ابتدا می‌بایست میانگین فروش محاسبه گردد بدین منظور ابتدا هر یک از فروش وسایط نقلیه نرمال می‌شود که از تقسیم فروش وسیله نقلیه  $v$  بر ظرفیت وسیله  $v$  به دست می‌آید، سپس به منظور محاسبه میانگین امید ریاضی فروش وسایط نقلیه، مجموع میانگین‌های نرمال شده امید ریاضی فروش وسایط نقلیه بر تعداد وسایط نقلیه تقسیم می‌گردد که با  $mes$  در رابطه ۱۴ نشان داده شده است. همچنین معادله واریانس امید ریاضی میانگین فروش وسایط نقلیه در رابطه (۱۵) و به منظور خطی نمودن واریانس و امید ریاضی رابطه (۱۶) و قسمت قدر مطلق از متغیرهای  $P^+, P^-$  از رابطه (۱۷) استفاده گردید.

$$mes = \frac{es}{nv} \quad (14)$$

$$\sum_{v=1}^{nv} \frac{(es - mes)^2}{nv - 1} \quad (15)$$

$$\sum_{v=1}^{nv} \frac{|es - mes|}{nv - 1} \quad (16)$$

$$\sum_{v=1}^{nv} \frac{es - mes}{nv - 1} = p^+ - p^- \quad (17)$$

### ۳- الگوریتم تکامل تفاضلی

تکامل تفاضلی یک الگوریتم بهینه‌سازی تصادفی و مبتنی بر جمعیت است که برای اولین بار توسط استورن و پرایس<sup>۱</sup> ارائه شد و به علت سرعت بالا و قدرت خوب آن در حل مسائل و سادگی دارای کاربردهای فراوانی در حل مسائل بهینه‌سازی دارد. در این الگوریتم برخلاف سایر الگوریتم‌ها ابتدا عملگر جهش به منظور ایجاد جمعیت فرزندان ایجاد می‌شود و سپس عملگر تقاطع بر روی اعضای جمعیت اعمال می‌شود. شبه کد اجرای الگوریتم تکامل تفاضلی در شکل ۱ نشان داده شده است.

<sup>1</sup> Storn & Price

شمارشگر تعداد تکرارها را برابر صفر قرار دهید  $t = 0$ .  
 به تعداد  $n_s$  بردار (اعضای جمعیت) را به وجود آورید و آن را به  
 عنوان اعضای جمعیت اولیه  $c(0)$  در نظر بگیرید.  
 تا هنگامی که شرایط خاتمه برآورده نشده اند مراحل زیر را انجام  
 دهید:  
 به ازای هر بردار  $x_i(t)$  که عضو مجموعه  $c(t)$  است  
 مراحل زیر را انجام دهید:  
 تابع برازش بردار  $f(x_i(t))$  محاسبه نمایید.  
 بردار آزمون  $u_i(t)$  را با استفاده از عملگر جهش بوجود آورید.  
 با استفاده از بردار آزمون  $u_i(t)$  بردار فرزند  $x'_i(t)$  را با استفاده از  
 عملگر تقاطعی بدست بیاورید.  
 اگر تابع برازش بردار آزمون  $f(x'_i(t))$  از تابع برازش  
 والد  $f(x_i(t))$  بهتر بود آنگاه:

شکل ۱- شبه کد الگوریتم تکامل تفاضلی.

Figure 1- Pseudo-code of differential evolution algorithm.

### ۱-۳- عملگر جهش

در الگوریتم تکامل تفاضلی به ازای هر بردار  $x_i(t)$  به طوری که  $i = \{1, 2, \dots, n_s\}$  یک بردار آزمون  $u_i(t)$  تعریف می شود که از این بردار در عملگر تقاطع به منظور ایجاد بردار فرزند  $x'_i(t)$  استفاده خواهد شد. به منظور اجرای عملگر جهش گام های ذیل را اجرا نمایید.

- گام اول: برای بردار  $x_i(t)$  از اعضای جمعیت فعلی، بردار هدف  $x_{i_1}(t)$  از اعضای جمعیت فعلی را طوری انتخاب کنید که  $i \neq i_1$
- گام دوم: به طور تصادفی دو بردار  $x_{i_2}(t)$  و  $x_{i_3}(t)$  از اعضای جمعیت فعلی را انتخاب کنید به طوری که  $i \neq i_1$  و  $i_2 \neq i_3$  و  $i_2, i_3 \sim U(1, n_s)$
- گام سوم: بردار آزمون  $u_i(t)$  را به صورت رابطه ۱۸ تعریف می شود.

$$u_i(t) = x_i(t) + \beta(\hat{x}(t) - x_i(t)) + \beta(x_{i_2}(t) - x_{i_3}(t)) \quad (18)$$

به طوری که  $x_{i_2,k}(t) - x_{i_3,k}(t)$  نشان دهنده بردار تفاضل  $k$ -ام است و  $\beta$  عددی مثبت که جهت کنترل اندازه ی تغییرات اعمال شونده به بردار هدف است.

### ۲-۳- عملگر تقاطع

به منظور ایجاد بردار فرزند  $x'_i(t)$ ، از ترکیب گسسته بردار آزمون  $u_i(t)$  و بردار والد  $x_i(t)$  استفاده بر طبق رابطه ذیل استفاده می شود.

$$x'_{ij}(t) = \begin{cases} u_{ij}(t) & \text{if } j \in \varsigma \\ x_{ij}(t) & \text{otherwise} \end{cases} \quad (19)$$

به طوری که  $x_{ij}(t)$  نشان دهنده عنصر  $j$ -ام بردار  $x_i(t)$  است و  $\varsigma$  نشان دهنده مجموعه ای از نقاط تقاطع است که عملگر تقاطع در آن اعمال می شود. در این مقاله، از عملگر تقاطع دو جمله ای استفاده شده است. اگر نشان دهنده تعداد مشتریان یا به عبارت دیگر تعداد ژن های بردار  $x_i(t)$  تعریف شود آنگاه نقاط تقاطع  $\varsigma$  از میان اعداد مجموعه ی

$\{1, 2, \dots, n_x\}$  به صورت تصادفی انتخاب می‌شوند. در روش دوجمله‌ای،  $p_r$  احتمال انتخاب شدن هر ژن از بردار آزمون  $u_i(t)$  است. شبه کد الگوریتم عملگر تقاطع دوجمله‌ای در شکل ۲ نشان داده شده است.

ژن  $j^*$  را از مجموعه  $\{1, 2, \dots, n_x\}$  بطور تصادفی انتخاب کنید و آن را به مجموعه  $J$  اضافه کنید.  
پارامتر کنترلی  $p_r$  را مقداردهی کنید.  
به ازای تمام ژن‌های  $j \in \{1, 2, \dots, n_x\}$  مراحل ذیل را تکرار کنید:  
اگر  $p_r < (0, 1)$  یا  $j \neq j^*$  باشد:  
ژن  $j$  -  $j^*$  را به مجموعه  $J$  اضافه کنید.  
پایان (اگر)  
پایان (به ازای)  
پایان حلقه‌ی تکرار (تا هنگامی که).

شکل ۲- شبه کد الگوریتم عملگر تقاطع.

Figure 2- Pseudo-code of the intersection operator algorithm.

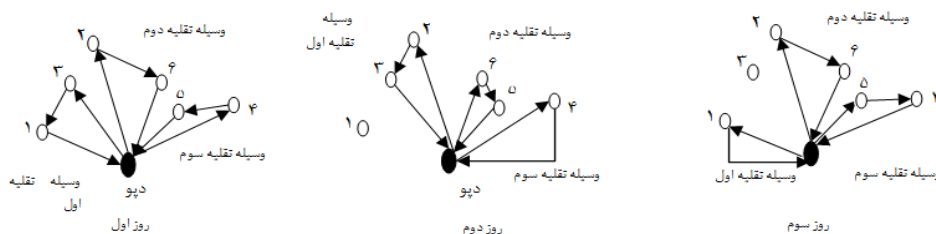
مطالعات تجربی نشان می‌دهد  $DE/rand/1/bin$  که در آن بردار هدف به طور تصادفی انتخاب می‌شود تنوع خوبی در جواب‌ها ایجاد می‌کند و قابلیت خوبی برای همگرایی جواب‌ها دارند. همچنین با توجه به مشاهدات تجربی انجام شده پارامترهای الگوریتم  $\beta = 0.5$  و  $n_s = 200$  و  $p_r = 0.6$  انتخاب شده است که دارای عملکرد مناسبی در حل مدل پیشنهادی هستند (کین و سوغانتان<sup>۱</sup>، ۲۰۰۵).

### ۳-۳- نمایش جواب‌ها

به منظور نشان دادن جواب‌ها در مسئله مسیریابی وسایط نقلیه به صورت پیوسته جهت حل مدل پیشنهادی توسط الگوریتم تکامل تفاضلی، بردار  $x_i(t)$  به اندازه  $\tau n_x$  ژن طوری تعریف نمایید که در آن  $n_x$  نشان دهنده‌ی تعداد مشتریان است و  $\tau$  نشان دهنده تعداد روزهای سرویس دهی است. به ازای هر ژن  $j \in \{1, \dots, \tau n_x\}$  یک عدد تصادفی صحیح در بازه  $[0, kv + 1 - \varepsilon]$  که نشان دهنده‌ی شماره‌ی وسیله نقلیه تخصیصی به مشتری  $j$  -  $ام$  است در صورتی تخصیص می‌یابد که محدودیت‌های ظرفیت وسیله نقلیه، زمان سرویس دهی، ترکیب در روزهای سرویس دهی و سایر قیود مسئله رعایت شود، در غیر این صورت مقدار کمتر از یک به مشتری  $j$  -  $ام$  تخصیص می‌یابد. برای تعیین توالی عبور وسایط نقلیه از مشتریان به ازای هر ژن در بردار  $x_i(t)$  یک عدد اعشاری به مقدار صحیح اضافه می‌شود. با مرتب نمودن مقدار اعشاری تخصیص داده به صورت صعودی ترتیب عبور وسیله نقلیه از تور مشخص می‌شود. شکل ۳ نشان دهنده نحوه نمایش جواب‌ها برای بردار  $x_i(t)$  با ۶ مشتری (ژن) و ۳ وسیله نقلیه و برای ۳ روز سرویس دهی نشان داده شده است. همان طور که مشاهده می‌شود در روز اول تمامی تقاضای مشتریان توسط وسایط نقلیه پاسخ داده شده است. در روز دوم و سوم مقدار تخصیصی به مشتری اول و سوم به ترتیب برابر ۰/۵ و ۰/۳ است که به معنای آن است که به مشتریان اول و سوم در روزهای دوم و سوم سرویس دهی نمی‌شود.

<sup>۱</sup> Qin & Suganthan





| زمان سرویس دهی                    | روز اول |     |     |     |     |     | روز دوم |     |     |     |     |     | روز سوم |     |     |     |     |     |
|-----------------------------------|---------|-----|-----|-----|-----|-----|---------|-----|-----|-----|-----|-----|---------|-----|-----|-----|-----|-----|
| مشتری (ژن)                        | ۱       | ۲   | ۳   | ۴   | ۵   | ۶   | ۱       | ۲   | ۳   | ۴   | ۵   | ۶   | ۱       | ۲   | ۳   | ۴   | ۵   | ۶   |
| نمایش جواب به صورت پیوسته         | ۱/۷     | ۲/۶ | ۱/۲ | ۳/۵ | ۲/۷ | ۲/۸ | ۰/۵     | ۱/۳ | ۱/۶ | ۳/۴ | ۲/۵ | ۲/۴ | ۱/۲     | ۲/۲ | ۰/۳ | ۳/۸ | ۲/۶ | ۲/۷ |
| وسيله نقلیه تخصیصی به مشتری j -ام | ۱       | ۲   | ۱   | ۳   | ۳   | ۲   | -       | ۱   | ۱   | ۳   | ۲   | ۲   | ۱       | ۲   | -   | ۳   | ۳   | ۲   |

شکل ۳- نحوه نمایش جواب‌ها.

Figure 3- How to display answers.

## ۴- نتایج محاسباتی

در این بخش نتایج حاصل از مدل ریاضی ساخته شده ارائه خواهد شد. مدل مزبور توسط برنامه MATLAB7 و بر روی کامپیوتری با پردازنده Intel Dual Core, 2.5 GHz و حافظه داخلی ۱ گیگابایت نوشته شده است. به منظور بررسی قابلیت الگوریتم ارائه شده در ابعاد بزرگ از مجموعه تست‌های کریستوفید و الین<sup>۱</sup> استفاده گردید. دریافت مسائل نمونه از سایت neo.lcc.uma.es امکان‌پذیر است. تعداد مسائل نمونه این دسته از مسائل ۱۰ عدد می‌باشد تعداد مشتریان در این مسائل از ۱۱۰ تا ۱۰۱ مشتری در نظر گرفته شده و تعداد وسایل نقلیه بنا به مسئله متفاوت می‌باشد. نتایج محاسباتی حاصل شده در **جدول ۱** قابل مشاهده است. در این جدول ستون اول شماره مسئله نمونه است، ستون‌های دوم و سوم و به ترتیب نشان‌دهنده‌ی مقدار هزینه حمل‌ونقل به و قسمت دوم واریانس میانگین فروش به منظور بهینه‌سازی میزان رضایت مشتریان است، در ستون چهارم زمان برای حل مسئله به روش CPLEX است و ستون‌های پنجم تا هفتم برای محاسبه توابع هدف و زمان حل توسط الگوریتم تکامل تفاضلی است.

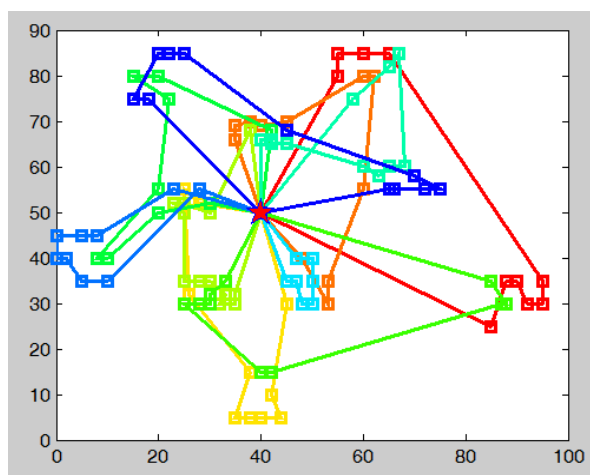
جدول ۱- تابع محاسباتی روش دقیق و الگوریتم تکامل تفاضلی.

Table 1- Computational function of exact method and differential evolution algorithm.

| مسائل   | روش CPLEX  | الگوریتم تکامل تفاضلی | زمان                   | زمان (ثانیه)           |
|---------|------------|-----------------------|------------------------|------------------------|
| نمونه   | جواب بهینه | جواب بهینه            | واریانس و میانگین فروش | واریانس و میانگین فروش |
| 1       | 1018/3     | 0/07                  | 10000                  | 425/6                  |
| 2       | 2367/3     | 0/05                  | 10000                  | 429/2                  |
| 3       | 3728/8     | 0/1                   | 10000                  | 642/3                  |
| 4       | 4689/1     | 0/16                  | 10000                  | 658/2                  |
| 5       | 1069/5     | 0/09                  | 10000                  | 701/3                  |
| 6       | 6395/4     | 0/04                  | 10000                  | 754/6                  |
| 7       | 3396/2     | 0/09                  | 10000                  | 603/3                  |
| 8       | 3406/6     | 0/07                  | 10000                  | 853/2                  |
| 9       | 7629/3     | 0/08                  | 10000                  | 836/6                  |
| 10      | 6539/6     | 0/09                  | 10000                  | 776/2                  |
| میانگین | 4024       | 0/084                 | 10000                  | 659/0                  |

<sup>1</sup> Christofides & Eilon

در الگوریتم تکامل تفاضلی جواب بهینه الگوریتم تکامل تفاضلی در بیس از ۶۰ درصد مواقع نسبت به حل مسئله در روش CPLEX بهتر عمل کرد و در میانگین واریانس اختلاف میانگین فروش وسایل نقلیه حدود ۰/۰۴ حل توسط روش CPLEX دارای عملکرد بهتری بود. میانگین زمان حل توسط لینگو ۱۰/۰۰۰ ثانیه بود ولی در الگوریتم تکامل تفاضلی میانگین زمان حل ۶۵۹ ثانیه برآورد شد که نشان‌دهنده کارایی مناسب الگوریتم تکامل تفاضلی است. برای نمونه جواب تخصیص مشتریان به آن برای مسئله‌ی نمونه سوم که توسط الگوریتم تکامل تفاضلی به‌دست‌آمده است، برای نمونه در شکل ۴ نشان داده‌شده است.



شکل ۴- شبه کد الگوریتم عملگر تقاطع.

Figure 4- Pseudo-code of the intersection operator algorithm.

## ۵- نتیجه‌گیری

به‌طورمعمول، مسئله مسیریابی وسایط نقلیه، به یافتن کوتاه‌ترین مسیرها، با در نظر گرفتن انواع مختلف محدودیت‌ها مانند محدودیت ظرفیت، طول مسیر، پنجره زمانی و غیره می‌پردازد. در این مقاله یک مدل ریاضی توسعه داده‌شده برای مسیریابی مسائل نقلیه هیبریدی ارائه شده است که در آن به افزایش رضایت کارکنان توجه گردیده است. علاوه بر این سایر قیود مسئله شامل قیود ظرفیت و زمان توزیع به‌منظور کمینه کردن هزینه حمل نیز موردتوجه قرارگردید. مدل پیشنهادی توسط الگوریتم تکامل تفاضلی حل شد و جواب‌های حاصله با روش CPLEX مقایسه شد. نتایج حاکی از آن است که کیفیت جواب‌های حاصل از الگوریتم تکامل تفاضلی با توجه به زمان حل محاسباتی مناسب است. پیاده‌سازی مدل پیشنهادی با در نظر گرفتن اطلاعات واقعی از یک مطالعه موردی، می‌تواند به‌عنوان یکی از تحقیقات آتی موردتوجه قرارگیرد.

## منابع

- Chiang, W. C., & Russell, R. A. (1996). Simulated annealing metaheuristics for the vehicle routing problem with time windows. *Annals of operations research*, 63(1), 3-27.
- Christofides, N., Mingozzi, A., & Toth, P. (1979). The vehicle routing problem. *Combinatorial optimization*. Chichester, Wiley, pp 315-338
- Cordeau, J. F., & Maischberger, M. (2012). A parallel iterated tabu search heuristic for vehicle routing problems. *Computers & operations research*, 39(9), 2033-205.
- Dantzig, G. B., & Ramser, J. H. (1959). The truck dispatching problem. *Management science*, 6(1), 80-91.
- Das, S., & Suganthan, P. N. (2010). Differential evolution: a survey of the state-of-the-art. *IEEE transactions on evolutionary computation*, 15(1), 4-31.



- Erera, A. L., Morales, J. C., & Savelsbergh, M. (2010). The vehicle routing problem with stochastic demand and duration constraints. *Transportation science*, 44(4), 474-492.
- Goodson, J. C., Ohlmann, J. W., & Thomas, B. W. (2012). Cyclic-order neighborhoods with application to the vehicle routing problem with stochastic demand. *European journal of operational research*, 217(2), 312-323.
- Jozefowiez, N., Semet, F., & Talbi, E. G. (2009). An evolutionary algorithm for the vehicle routing problem with route balancing. *European journal of operational research*, 195(3), 761-769.
- Kunnappadeelert, S., & Kachitvichyanukul, V. (2015). Modified DE algorithms for solving multi-depot vehicle routing problem with multiple pickup and delivery requests. In *Toward sustainable operations of supply chain and logistics systems* (pp. 361-373). Springer, Cham.
- Lee, T., & Ueng, J. (2001). A study of vehicle routing problems with load balancing. *International journal of physical distribution and logistics management*, 29, 646-658.
- Lenstra, J. K., & Kan, A. R. (1981). Complexity of vehicle routing and scheduling problems. *Networks*, 11(2), 221-227.
- Lin, S. W., Vincent, F. Y., & Chou, S. Y. (2009). Solving the truck and trailer routing problem based on a simulated annealing heuristic. *Computers & operations research*, 36(5), 1683-1692.
- Maden, W., Eglese, R., & Black, D. (2010). Vehicle routing and scheduling with time-varying data: a case study. *Journal of the operational research society*, 61(3), 515-522.
- Novoa, C., & Storer, R. (2009). An approximate dynamic programming approach for the vehicle routing problem with stochastic demands. *European journal of operational research*, 196(2), 509-515.
- Qin, A. K., & Suganthan, P. N. (2005, September). Self-adaptive differential evolution algorithm for numerical optimization. In *2005 IEEE congress on evolutionary computation*, (pp. 1785-1791).
- Reimann, M., Stummer, M., & Doerner, K. (2002). A savings-based ant system for the vehicle routing problem. In *proceedings of the 4th annual conference on genetic and evolutionary computation*, (pp. 1317-1326).
- Ribeiro, R., & Ramalhinho Dias Lourenço, H. (2001). A multi-objective model for a multi-period distribution management problem. *SSRN electronic journal*, 1, 97-102.
- Storn, R., & Price, K. (1997). Differential evolution—a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces. *Journal of global optimization*, 11(4), 341-359.
- Tasan, A. S., & Gen, M. (2012). A genetic algorithm-based approach to vehicle routing problem with simultaneous pick-up and deliveries. *Computers & industrial engineering*, 62(3), 755-761.

